

Operaciones con números reales

Recuerda

En Derive se utiliza el símbolo * para el producto, el símbolo / para la división y el símbolo ^ para la potenciación.

Emplea los paréntesis para indicar la prioridad en las operaciones.

Para introducir el número e, pulsa CTRL-e o pulsa el botón e de la zona inferior derecha.

Para escribir raíces de índice superior a 2 tienes que expresarlas como potencias de exponente fraccionario.

1. Aproximaciones decimales

Vamos a obtener una aproximación del número π , con varios decimales. Para ello, introduce la expresión pi en la entrada de expresiones y haz clic en el icono \approx , obtendrás un valor con 10 dígitos, es decir, con 9 cifras decimales.

Para obtener un mayor número de cifras decimales pulsa en el menú **Definir** y elige la opción **Preferencias de Salida...** Introduce el valor 60 en el cuadro dígitos y pulsa el botón Si:



En la pantalla de Derive aparecerá **NotationDigits := 60**

Introduce de nuevo pi y pulsa el botón \approx . Observa que los decimales no se repiten de forma periódica.

También puedes obtener el mismo resultado introduciendo la expresión **APPROX(PI,70)** y pulsando el botón $=$

2. Operaciones con radicales

Para introducir una raíz cuadrada puedes escribir la expresión SQRT y entre paréntesis el radicando o también pulsar en el botón $\sqrt{\quad}$ de la barra de símbolos en la zona inferior derecha.

Introduce $\sqrt{4}$ y observa cómo se extraen factores. De esta misma manera puedes realizar operaciones más complejas, incluso racionalizar.

Introduce $\frac{4}{[\text{SQRT}(3) - \text{SQRT}(2)]}$ y pulsa el botón Simplificar, obtendrás la siguiente expresión $4 \cdot \sqrt{4} + 4 \cdot \sqrt{2}$

1 Aproxima el número e con 25 dígitos.

2 Aproxima la fracción $\frac{11}{7}$ usando 10 dígitos y usando 20 dígitos. Localiza el período.

3 Aproxima el número áureo $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ utilizando 30 decimales.

4 Extrae factores de los siguientes radicales:

$$\sqrt{108}, \sqrt{700}, \sqrt{44}, \sqrt{42}$$

5 Simplifica las siguientes expresiones:

$$3\sqrt{8} + 2\sqrt{50} - 4\sqrt{72}$$

$$\frac{5}{7}\sqrt{3} + \frac{2}{5}\sqrt{\frac{27}{49}}$$

6 Racionaliza:

$$\frac{3 - \sqrt{2}}{2\sqrt{7}}, \frac{5 + \sqrt{7}}{5 - \sqrt{7}}, \frac{2}{\sqrt[3]{5}}$$

Inecuaciones

Observaciones

En Derive el símbolo \leq se introduce como $<=$ y el símbolo \geq como $>=$

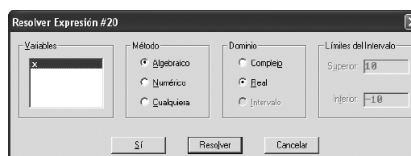
Si una inecuación posee un valor absoluto se utiliza la función **ABS**.

Cuando una inecuación tiene por solución el conjunto vacío, es decir, no tiene solución, Derive devuelve el valor **false**, por el contrario si la solución es todo el conjunto de los números reales devolverá **true**.

1. Inecuaciones con una incógnita

Para resolver una inecuación con Derive, procede de la siguiente manera:

1. Escribe la inecuación en la entrada de expresiones y haz clic en la opción **o** o pulsa Intro.
2. Con la expresión seleccionada despliega el menú Resolver y elige la opción **Expresión...**
3. En la ventana que aparece selecciona **Dominio Real** y pulsa el botón Resolver.



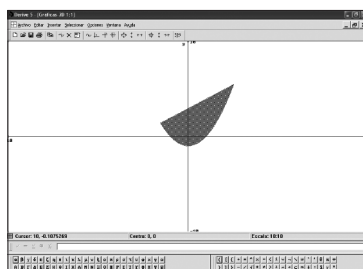
Puedes conseguir el mismo resultado tecleando en la entrada de expresiones la orden **SOLVE(INECUACIÓN, X, REAL)** y pulsando el botón **Simplificar** o **Aproximar**.

2. Sistemas de inecuaciones con dos incógnitas

Como bien sabrás la solución de este tipo de sistemas viene representada por un recinto en el plano.

Desarrollemos el siguiente ejemplo:

1. Despliega el menú **Resolver** y elige la opción **Sistema...**
2. Introduce el número de inecuaciones (2 en este ejemplo) y pulsa el botón **Sí**.
3. Introduce la inecuación $y > x^2 - 1$ en el primer cuadro de texto, la inecuación $y < x + 3$ en el segundo y pulsa **Resolver**.
4. Haz clic en el botón **Ventana 2D** y una vez abierta esta ventana en el botón **Representar Expresión**, obtendrás el siguiente recinto:



1 Resuelve con Derive las siguientes inecuaciones:

- $x^2 - 6x + 8 > 0$
- $x^3 - 3x^2 - x + 3 \leq 0$
- $x^2 + 3x + 10 > 0$
- $x^2 + 6x + 9 > 0$
- $x^4 + x^2 + 1 \leq 0$
- $\frac{1 - 3x}{x + 7} \geq 0$
- $\frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 - 9} < 0$

2 Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de inecuaciones:

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| a) $2x + 3y - 4 > 0$ | c) $x + 2y < 3$ |
| $x + y - 7 < 0$ | $2x + y \geq 1$ |
| $2x + 5 \geq 0$ | $y + 3 > 0$ |
| b) $y > x^2 - 4$ | d) $4x + 3y - 7 \leq 0$ |
| $-3x^2 + 6 - y > 0$ | $2x - 3y + 1 > 0$ |

Medidas de ángulos

Recuerda

En Derive la función seno se escribe SIN, la función coseno se escribe COS, las funciones tangente, cotangente, secante y cosecante se escriben respectivamente TAN, COT, SEC y CSC.

No olvides escribir entre paréntesis el ángulo que va posteriormente.

Para definir una nueva función en Derive tienes que utilizar los símbolos :=

Si la escribes solamente con el símbolo = estarías escribiendo una ecuación.

1. Grados y radianes

Las funciones SIN(X), COS(X) y TAN(X) interpretan el ángulo X como un valor en radianes.

Por ejemplo la expresión SIN(30) devolverá (después de pulsar el botón \approx) el valor $-0.988\ 031\ 624\ 0$ y no $\frac{1}{2}$.

Sin embargo, podemos expresar los ángulos en grados con las siguientes expresiones:

$$\text{SIN}(x \text{ deg})$$

$$\text{SIN}(30^\circ)$$

$$\text{SIN}\left(\frac{x\pi}{180}\right)$$

Sabido esto, prueba a introducir las siguientes expresiones para calcular el seno de 30 grados:

$$\text{SIN}\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{SIN}(30\text{deg})$$

$$\text{SIN}\left(\frac{30\pi}{180}\right)$$

Obtendrás en los tres casos el valor 0,5 si pulsas el botón Aproximar y 1/2 si pulsas el botón Simplificar.

Derive no posee expresamente funciones para pasar de grados a radianes y viceversa, tienes que definir las tú de la siguiente manera:

$$\text{GR}(x) = \frac{\pi x}{180}$$

$$\text{GR}(x) = \frac{180x}{\pi}$$

Comprueba, por ejemplo, cómo una vez introducidas las fórmulas, la expresión GR(45) devuelve $\pi/4$ (utiliza mejor el botón Simplificar)

2. Simplificación de expresiones. Demostración de igualdades

Introduce la expresión $\text{COS}(\pi + X) - \text{SIN}\left(\frac{\pi}{2 - X}\right)$, pulsa el botón **Simplificar** y obtendrás la expresión $-2 \cdot \text{COS}(X)$

Escribe la igualdad $[1 + \tan(x)] * [1 + \cot(x)] = \frac{[\sin(x) + \cos(x)]^2}{[\sin(x) * \cos(x)]}$ y pulsa Intro.

Con la igualdad resaltada despliega el menú **Resolver** y elige la opción **Expresión...** selecciona Dominio Real y pulsa el botón Resolver.

Obtendrás el valor **true** ya que la igualdad era cierta.

1 Pasa a radianes

$90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ y 270°

2 Pasa a grados

$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2}$ y $\frac{4\pi}{3}$ radianes.

3 Simplifica las expresiones

a) $\cos(\pi + x) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

b) $\sin\left(\frac{3}{2} + x\right) + \cos(\pi - x)$

c) $\cos^2 x - \cos^2 x \cdot \sin^2 x$

d) $\sin^4 x - \cos^4 x$

2 Comprueba con Derive si las siguientes igualdades son ciertas o falsas.

a) $\sin x = \sin(180^\circ + x)$

b) $\cos x = \sin(90^\circ + x)$

c) $\sec x = \sec(2\pi - x)$

d) $\text{tg } x = \text{cotg}\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$

e) $\text{cosec } x = -\text{cosec}(\pi - x)$

f) $\frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} = 1 - \sin x$