

UNIDAD 1

- 1 Operaciones con números naturales
- 2 Potencias de números naturales
- 3 Raíces cuadradas
- 4 Operaciones combinadas
- 5 Operaciones con potencias

LEE Y COMPRENDE

Contando las noticias

CÁLCULO MENTAL

Descomponer para sumar o restar números naturales

ACTIVIDADES DE SÍNTESIS

APRENDE +

Raíz cuadrada entera

CONOCIMIENTOS BÁSICOS

DESARROLLO DE COMPETENCIAS SA

Cuadrados mágicos

Observa el cuadrado que aparece en la Sagrada Familia de Barcelona. ¿Qué ocurre si sumas los números de cada una de sus columnas, filas o diagonales?

Se obtiene una y otra vez el mismo resultado. Este tipo de cuadrados se denominan *cuadrados mágicos* y existen desde la antigüedad.

¿Eres capaz de construir uno de ellos?

Números naturales



1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5
13	2	3	15

SOLO PARA CURIOSOS



Aparición de los números naturales

21mt0s101

Después de leer...



- 1 Tras leer este artículo, comentad cómo los artistas relacionan el arte con las matemáticas.
- 2 ¿Cómo creéis que el arte puede ser un canal para difundir las matemáticas?
- 3 ¿Cómo podemos contribuir a proteger el patrimonio cultural de nuestra ciudad? Proponed ejemplos sobre actos que podéis realizar en vuestro día a día para conseguirlo.

Arte y matemáticas, mezclar con cuidado

El arte y las matemáticas han sido un binomio frecuente y de riqueza inspiradora a lo largo de la historia. Basta recordar la obra de Leonardo, el genio renacentista explorador de la belleza, las matemáticas y la ingeniería; la más reciente de Dalí, cabalgando sobre los descubrimientos científicos de su época, incorporando disciplinas como la topología y la física relativista; o la de Escher, que nos embobó con sus composiciones magistrales que incorporaban las geometrías no euclídeas o el concepto de teselación. Solo por citar a tres grandes artistas muy conocidos, de distintos países y corrientes artísticas. La lista es muy larga, y necesariamente injusta pues nos dejaríamos a buen seguro otros muchos de gran valor.

¿Cómo incorporan los artistas matemáticas a su obra?

Las matemáticas seducen por su perfección, y añaden un elemento que trasciende la obra artística cuando es incorporado como idea a la misma. Si se utilizan sus técnicas en el arte, este se vuelve más comprensible y de un goce estético superior.

Así, casi bendecidos por “la ciencia del razonamiento”, muchos artistas han estudiado textos, e incluso hasta han llegado a trabar relaciones de amistad con matemáticos para obtener conocimiento con el que construir su obra. Aunque esta no constaba de razonamientos, como sí lo hacen las matemáticas, sino de experimentación, creación y emoción.

Han utilizado todo ese caudal de conocimiento para inspirar sus creaciones, dando una visión artística de objetos matemáticos, movimientos del plano o representaciones conceptuales. No han realizado, usualmente, ningún descubrimiento matemático nuevo, y las ocasiones en que lo han hecho, puede que no fueran completamente conscientes de ello.

Uno de estos casos en la historia es el del cuadro de Albert Durero, *Melancolía I*, en donde aparece un nuevo poliedro de caras pentagonales sobre el que se han escrito tratados completos. Durero es un artista con interés global, como Leonardo u otros, y su obra es un aporte excepcional en el arte y en la ciencia.

FUENTE: Álvaro A. MARTÍNEZ SEVILLA
theconversation.com, 2 de junio de 2019



1 Operaciones con números naturales

Suma, resta, multiplicación y división

Ana tiene un quiosco y compra diariamente periódicos a un distribuidor. Al terminar el día, devuelve los que no consigue vender. Este es el resumen de los periódicos que ha comprado y ha devuelto esta semana. ¿Cuántos periódicos ha vendido?



	L	M	X	J	V	S	D
Compra	432	390	350	355	456	501	652
Devuelve	21	32	27	52	68	42	55

Calculamos los periódicos que vende cada día y sumamos los resultados.

- Lunes: $432 - 21 = 411$
- Martes: $390 - 32 = 358$
- Miércoles: $350 - 27 = 323$
- Jueves: $355 - 52 = 303$
- Viernes: $456 - 68 = 388$
- Sábado: $501 - 42 = 459$
- Domingo: $652 - 55 = 597$

$$411 + 358 + 323 + 303 + 388 + 459 + 597 = 2\ 839 \text{ periódicos}$$

Sumar es añadir una cantidad a otra, y **restar** es quitar una cantidad de otra.

Manuel ha almacenado su cosecha de naranjas en 137 cajas de 6 kg cada una. Para poder distribuirla mejor, decide colocarla en cajas de 8 kg. ¿Cuántas cajas necesitará? ¿Le quedará algún kilogramo sin colocar?

$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 7 \\ \times \quad 6 \\ \hline 8\ 2\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8\ 2\ 2 \ 8 \\ 0\ 2\ 2\ 1\ 0\ 2 \\ \hline 6 \end{array}$$

Necesitará 102 cajas y quedarán 6 kilogramos de naranjas sin colocar.

- **Multiplicar** es sumar varias veces el mismo número.
- **Dividir** es repartir una cantidad en partes iguales.

Propiedades de las operaciones con números naturales

	Suma	Multiplicación
Conmutativa	$3 + 2 = 2 + 3$ $5 = 5$	$3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$ $6 = 6$
Asociativa	$5 + (4 + 2) = (5 + 4) + 2$ $5 + 6 = 9 + 2$ $11 = 11$	$5 \cdot (4 \cdot 2) = (5 \cdot 4) \cdot 2$ $5 \cdot 8 = 20 \cdot 2$ $40 = 40$
Elemento neutro	$4 + 0 = 4$	$4 \cdot 1 = 4$
Distributiva	$2 \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3$ $2 \cdot 8 = 10 + 6$ $16 = 16$	

Lenguaje matemático

Los números mayores que 999 en los textos suelen aparecer escritos con punto en los miles o con medio espacio.

$$2.839 \text{ o } 2\ 839$$



Recuerda

Prueba de la resta

$$\begin{aligned} \text{minuendo} &= \\ &= \text{sustraendo} + \text{diferencia} \end{aligned}$$

Prueba de la división

$$\begin{aligned} \text{Dividendo} &= \\ &= \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto} \end{aligned}$$

$$D = d \times c + r$$

Lenguaje matemático

Para indicar una multiplicación en horizontal, utilizaremos el signo \cdot en lugar de \times .

$$3 \times 2 \rightarrow 3 \cdot 2$$



Actividades

- 1**  Escribe un número mayor que 999.
- a) ¿Cuál es el orden de unidad mayor? ¿Qué valor tiene cada cifra?
- b) Expresa el número como suma de otros dos.
- 2**  Calcula.
- a) $32 + 4\,506 + 294$
- b) $562 + 3\,009 + 473$
- c) $690 + 3 + 3\,491 + 14$
- d) $37 + 91 + 5 + 5\,056$
- 3**  Resuelve.
- a) $562 - 89$ c) $690 - 147 - 543$
- b) $1\,295 - 453$ d) $9\,001 - 17 - 3\,892$
- 4**  Copia y completa estas sumas.
- a) $256 + \square = 591$ c) $\square + 791 = 1\,005$
- b) $48 + \square = 931$ d) $\square + 72 = 123$
- 5**  Aplica la prueba de la resta, y completa en tu cuaderno.
- a) $432 - \square = 191$ c) $\square - 195 = 1\,005$
- b) $927 - \square = 571$ d) $\square - 97 = 709$
- 6**  Realiza estas multiplicaciones.
- a) $701 \cdot 5$ c) $309 \cdot 165$
- b) $23 \cdot 45$ d) $4\,901 \cdot 6\,023$
- 7**  Calcula el cociente y el resto de estas divisiones.
- a) $506 : 28$ c) $5\,007 : 17$
- b) $2\,848 : 32$ d) $64\,368 : 596$
- 8**  Copia y completa con ayuda de la prueba de la división.

Dividendo	divisor	cociente	resto
34	\square	5	4
127	8	\square	7
\square	42	7	3
691	18	38	\square

- 9**  Comprueba que se cumplen estas igualdades.
- a) $(23 + 12) + 7 = (12 + 23) + 7$
- b) $32 \cdot (2 \cdot 12) = (2 \cdot 32) \cdot 12$
-  ¿Qué propiedades has aplicado?
- 10**  Copia y completa. ¿Qué propiedad aplicas?
- a) $\square \cdot (9 + 3) = 4 \cdot \square + 4 \cdot \square$
- b) $7 \cdot (\square + 5) = \square \cdot 9 + \square \cdot 5$

Recuerda

Sacar factor común es aplicar la propiedad distributiva para convertir una suma o una resta en un producto.

Ejercicio resuelto

- 11** Sacar factor común en estas expresiones.
- a) $3 \cdot 5 + 3 \cdot 9$ b) $8 \cdot 4 - 3 \cdot 4$

Solución

- a) $3 \cdot 5 + 3 \cdot 9 = 3 \cdot (5 + 9)$
- b) $8 \cdot 4 - 3 \cdot 4 = (8 - 3) \cdot 4$

- 12**  Sacar factor común.

- a) $6 \cdot 4 + 6 \cdot 9$ c) $7 \cdot 8 - 5 \cdot 8$
- b) $12 \cdot 10 - 12 \cdot 8$ d) $6 \cdot 9 + 4 \cdot 9$

Presta atención

Todo número natural se puede escribir como el producto del número por el elemento neutro del producto.

$$5 = 5 \cdot 1 = 1 \cdot 5$$

- 13**  Extrae factor común.

- a) $12 \cdot 5 - 3 \cdot 12 + 12 \cdot 8$ c) $3 \cdot 4 - 4 \cdot 2 + 4 \cdot 6$
- b) $6 \cdot 9 - 6 \cdot 3 - 6 \cdot 2$ d) $7 \cdot 5 + 5 \cdot 9 - 4 \cdot 5$

- 14**  Sacar factor común.

- a) $4 \cdot 5 - 5$ c) $6 \cdot 5 - 6 + 6 \cdot 8$
- b) $9 + 2 \cdot 9$ d) $3 - 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3$

- 15**  En una ciudad viven 17 920 personas y hay un árbol por cada 64 habitantes.

- a) ¿Cuántos árboles hay en la ciudad?
- b) ¿Cuántos árboles habrá que plantar para tener uno por cada 16 personas?

+ COMPETENTES SA

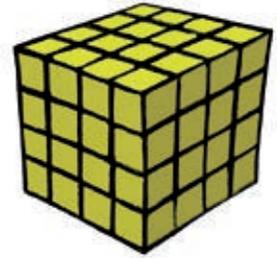
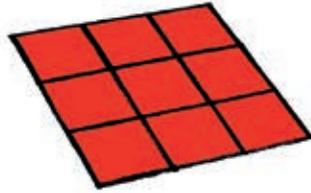
- 16** Comprueba si en estos cuadrados suman lo mismo los números de las columnas, las filas y las diagonales.

12	5	7
3	8	13
9	11	4

11	6	7
4	8	12
9	10	3

2 Potencias de números naturales

Lola construye este cuadrado rojo y este cubo verde. ¿Cuántos cuadraditos ha utilizado para construir el cuadrado rojo? ¿Cuántos cubitos para construir el cubo verde?



$$3 \cdot 3 = 3^2 = 9$$

9 cuadraditos

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$$

64 cubitos

Con la calculadora



Para calcular el cuadrado de un número pulsamos esta tecla.



Podemos calcular cualquier potencia pulsando esta tecla.

Una **potencia** es una forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales. La **base** es el factor que se repite, y el **exponente** el número de veces que se repite este factor.

$$4^5 = \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}_{5 \text{ veces}} = 1024$$

Exponente

Base

Observa cómo se escriben y se leen estas multiplicaciones como potencias.

Multiplicación	Potencia	Se lee
$7 \cdot 7$	7^2	7 al cuadrado
$7 \cdot 7 \cdot 7$	7^3	7 al cubo
$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$	7^4	7 elevado a cuatro o 7 a la cuarta
...
$7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$	7^8	7 elevado a ocho o 7 a la octava

Potencias de 10

Observa el resultado de calcular las siguientes potencias de 10.

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100 \quad \longrightarrow 2 \text{ ceros}$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000 \quad \longrightarrow 3 \text{ ceros}$$

$$10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000\,000 \quad \longrightarrow 6 \text{ ceros}$$

El valor de una potencia de 10 es igual a la unidad seguida de tantos ceros como indica su exponente.

Las potencias de 10 se utilizan para expresar números grandes que acaban en ceros.

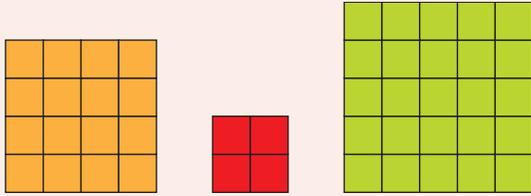
$$230\,000 = 23 \cdot 10^4 \quad 500\,000\,000 = 5 \cdot 10^8$$



21mt0s102

Actividades

- 17 Escribe las potencias que representan estos dibujos.



- 18 Escribe en forma de potencia. ¿Cómo se leen?

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ c) $11 \cdot 11$
 b) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ d) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

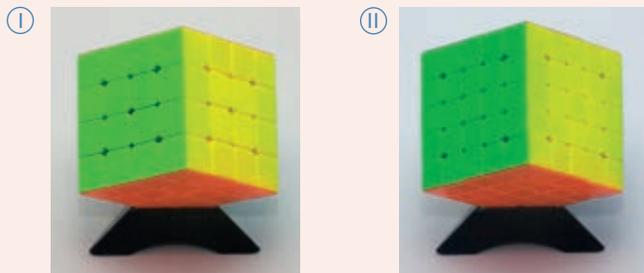
- 19 Copia y completa.

Potencia	Base	Exponente	Valor	Se lee
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	5 al cubo
2^6	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	3	4	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<input type="text"/>	2	<input type="text"/>	8	<input type="text"/>

- 20 Copia y completa con el signo = o \neq .

- a) $27 + 27 + 27 + 27$ 27^4 c) $14 \cdot 14$ $2 \cdot 14$
 b) $6 + 6 + 6 + 6 + 6$ $5 \cdot 6$ d) $7 \cdot 7 \cdot 7$ 7^3

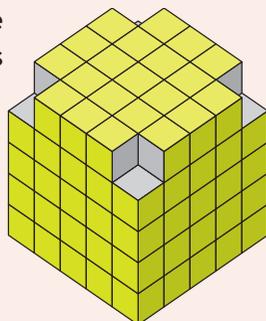
- 21 El cubo de Rubik original fue creado por un profesor de arquitectura, Erno Rubik, en 1974. El original estaba formado por 27 cubos. Después han salido al mercado modelos diferentes.



- a) ¿Cuántos cubitos forman cada cubo?
 b) ¿Cuántos cuadrados tiene cada cara?

Expresa las soluciones como potencias y calcula el resultado.

- 22 ¿Cuántos cubitos tiene esta figura? ¿Cómo lo has calculado?



- 23 Escribe cada número utilizando potencias de 10.

- a) 4 000 c) 402 000
 b) 12 500 000 d) 100 000 000

Presta atención

Simplificar significa expresar algo de forma más sencilla.

- 24 Utiliza potencias para simplificar.

- a) $11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 3$
 b) $5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
 c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$
 d) $6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5$

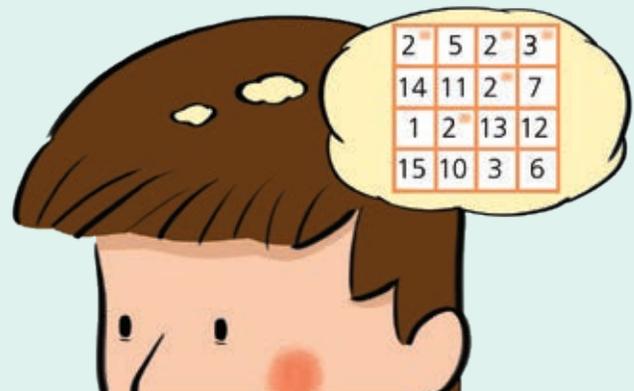
- 25 En una repostería empaquetan sus galletas en docenas que, a su vez, se vuelven a empaquetar en cajas de 12. Acaban de recibir un pedido de 25 cajas.



¿Cuántas galletas necesitan hacer para preparar el pedido? Expresa la operación con potencias.

+ COMPETENTES SA

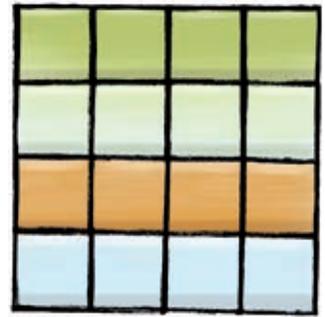
- 26 Copia y completa los exponentes de las potencias para que en el siguiente cuadrado sumen lo mismo los números de las columnas, las filas y las diagonales.



3 Raíces cuadradas

Raíz cuadrada exacta

Jorge ha formado un mosaico cuadrado con 16 piezas cuadradas iguales. ¿Cuántas piezas tiene el lado del mosaico?



Tenemos que encontrar un número que al multiplicarlo por sí mismo, sea igual a 16. Es decir, un número cuyo cuadrado sea 16.

$$4 \cdot 4 = 4^2 = 16$$

Por tanto, el lado del mosaico tiene 4 piezas.

El número cuyo cuadrado es 16 se llama **raíz cuadrada** de 16, y se escribe:

$$\sqrt{16} = 4$$

La **raíz cuadrada exacta** de un número es otro cuyo cuadrado es igual al número dado.

$$\sqrt{16} = 4 \text{ porque } 4^2 = 16$$

Radicando → ← Raíz

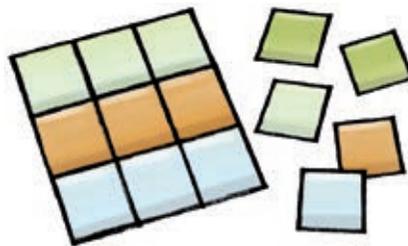
Los números cuya raíz cuadrada es exacta se llaman **cuadrados perfectos**. Esta tabla muestra los cuadrados perfectos menores que 100.

Cuadrado perfecto	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Raíz	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

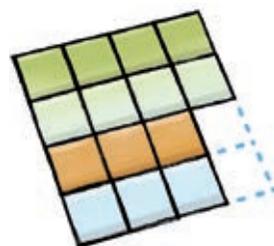
Raíz cuadrada entera

Jorge coge 14 piezas. Con este número de piezas no puede construir un mosaico cuadrado. Tiene dos posibilidades:

- Construir un mosaico cuadrado de lado 3, y le sobran 5 piezas.
- Construir un mosaico cuadrado de lado 4, pero le faltan 2 cuadrados.



$$3^2 = 9 < 14$$



$$14 < 16 = 4^2$$

Número	0	1	4	9	14	16	25
Raíz	0	1	2	3	?	4	5

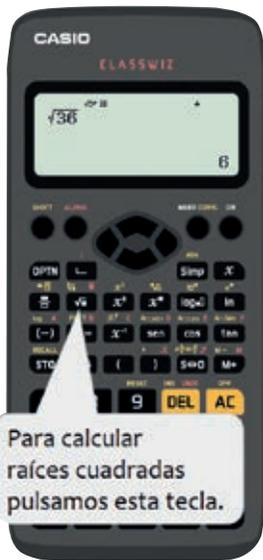
La **raíz cuadrada entera** de un número es el mayor número cuyo cuadrado es menor que dicho número.

$$\sqrt{14} \approx 3 \text{ porque } 3^2 - 9 < 14 \text{ y } 4^2 - 16 > 14$$

Se llama **resto de la raíz** a la diferencia entre el radicando y el cuadrado de la raíz entera.

$$\text{Resto: } 14 - 3^2 = 5$$

Con la calculadora



Para calcular raíces cuadradas pulsamos esta tecla.

Lenguaje matemático

Utilizamos el signo \approx para indicar el valor aproximado de una operación.

4 Operaciones combinadas

Cuando aparecen sumas, restas, multiplicaciones y divisiones combinadas, el orden en el que realizamos las operaciones es el siguiente.

$$3 + 8 : 2 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 1$$

1. Calculamos las multiplicaciones y las divisiones. Si hay varias, las realizamos de izquierda a derecha.
 $3 + 8 : 2 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 1 =$
 $= 3 + 4 \cdot 3 - 8 + 1 =$
2. Resolvemos las sumas y las restas. Si hay varias, las realizamos de izquierda a derecha.
 $= 3 + 12 - 8 + 1 =$
 $= 15 - 8 + 1 =$
 $= 7 + 1 = 8$

Con potencias y raíces

Si además de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, aparecen potencias y raíces, resolvemos las operaciones en este orden.

$$4 + 3 \cdot 2^2 - \sqrt{81} : 3$$

1. Calculamos todas las potencias y las raíces.
 $4 + 3 \cdot 2^2 - \sqrt{81} : 3 =$
2. Resolvemos todas las multiplicaciones y las divisiones. Si hay varias, operamos de izquierda a derecha.
 $= 4 + 3 \cdot 4 - 9 : 3 =$
3. Realizamos las sumas y las restas. Si hay varias, las calculamos de izquierda a derecha.
 $= 4 + 12 - 3 =$
 $= 16 - 3 =$
 $= 13$

Con paréntesis

Cuando hay operaciones agrupadas con paréntesis, primero realizamos estas operaciones y a continuación, seguimos el mismo orden que el que hemos seguido al resolver las operaciones anteriores.

$$2^4 + (27 - 6) : 3 - \sqrt{25} \cdot 3$$



$$2^4 + (27 - 6) : 3 - \sqrt{25} \cdot 3 =$$

Calculamos la operación entre paréntesis.

$$= 2^4 + 21 : 3 - \sqrt{25} \cdot 3 =$$

Resolvemos la potencia...

... y la raíz.

$$= 16 + 21 : 3 - 5 \cdot 3 =$$

Efectuamos la división...

... y la multiplicación.

$$= 16 + 7 - 15 =$$

Realizamos las sumas y las restas.

$$= 23 - 15 = 8$$

Presta atención

Para calcular el resultado de varias operaciones combinadas, las resolvemos en este orden.

1. Paréntesis
2. Potencias y raíces
3. Multiplicaciones y divisiones. Si hay varias, operamos de izquierda a derecha.
4. Sumas y restas. Si hay varias, operamos de izquierda a derecha.



21m0s104

Actividades

37 Resuelve.

- a) $4 + 7 \cdot 2$ d) $18 - 15 : 3$
 b) $3 \cdot 7 - 8$ e) $45 : 9 + 7$
 c) $8 - 10 : 2$ f) $5 + 30 : 6$

38 Calcula.

- a) $12 - 9 : 3 + 5 \cdot 4 - 7$
 b) $32 + 12 - 12 \cdot 2 - 18 : 9$
 c) $2 \cdot 4 - 15 : 5 + 10 - 3 \cdot 2$
 d) $16 - 8 \cdot 2 + 22 : 11 + 7$

39 Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

- a) $3 \cdot 4 - 18 : 6 \cdot 2$
 b) $12 - 6 \cdot 3 : 2 + 1$
 c) $1 + 4 \cdot 2 \cdot 3 - 2 \cdot 3$
 d) $12 - 8 : 4 + 30 : 6 : 5$

40 Halla los resultados.

- a) $23 - 5 + 7 \cdot 3 - (25 - 9 - 5)$
 b) $32 : 4 - (8 - 5 - 1) - (12 - 11) - 1$
 c) $9 \cdot 5 + 15 : 3 - (32 - 3) - (18 - 8 - 1)$
 d) $12 + 4 \cdot 6 - (4 + 10 - 7) - 2 + 8 : 4$

41 ¿Qué solución tiene cada apartado?

- a) $18 : 6 + \sqrt{100} - 3^2$
 b) $12 + 2^4 - \sqrt{36} + 5$
 c) $5^2 - \sqrt{64} + 4 \cdot 4 - 1$
 d) $44 : 4 + 3^3 - \sqrt{81} + 7 \cdot 2$

42 Piensa y calcula.

- a) $9^2 - 5^2 \cdot 2 + \sqrt{4} \cdot 6 - 1$
 b) $12 + \sqrt{36} : 3 + 2^3 - 5$
 c) $48 : 6 + 66 : \sqrt{121} - 9$
 d) $25 - \sqrt{25} \cdot 2 + 6^2 : 3 + 2^5$

43 Resuelve.

- a) $12 + 2^2 \cdot 2 - (3 + 5) : \sqrt{4}$
 b) $\sqrt{81} + 12 : 3 + 5 \cdot (10 - 9 + 2) + 2$
 c) $15 - 4 + 3 \cdot (12 - 4) : 6 + 7^2$

44 Opera.

- a) $2 + 3 \cdot (5 + 4 \cdot 3) - 1$
 b) $7 + 5 - (14 - 5 \cdot 2) + 8 : 2$
 c) $25 + (9 - 4 \cdot 2 + 5) - 12 : 6$

Ejercicio resuelto

45 Resuelve la siguiente operación combinada.

$$2^5 - (4^2 - (12 - 7) \cdot \sqrt{9} + 1) + 18 : 6 + \sqrt{25}$$

Solución

Primero resolvemos los paréntesis, respetando la jerarquía de las operaciones.

$$2^5 - (4^2 - (12 - 7) \cdot \sqrt{9} + 1) + 18 : 6 + \sqrt{25}$$

↓ Paréntesis

$$= 4^2 - 5 \cdot \sqrt{9} + 1 =$$

↓ Potencias y raíces

$$= 16 - 5 \cdot 3 + 1 =$$

↓ Multiplicaciones y divisiones

$$= 16 - 15 + 1 =$$

↓ Sumas y restas

$$= 2$$

Una vez resuelto el paréntesis, realizamos el resto de operaciones, respetando la jerarquía.

$$2^5 - (4^2 - (12 - 7) \cdot \sqrt{9} + 1) + 18 : 6 + \sqrt{25} =$$

$$= 2^5 - 2 + 18 : 6 + \sqrt{25} = 32 - 2 + 18 : 6 + 5 =$$

$$= 32 - 2 + 3 + 5 = 38$$

46 Realiza estas operaciones.

- a) $19 - 3^2 + (\sqrt{49} \cdot (12 - 10) + \sqrt{4} \cdot (5 - 3))$
 b) $\sqrt{36} : 2 + 4 \cdot (3 + 2^2 \cdot (9 - 6) + 1) - 3^2$
 c) $5 + \sqrt{25} \cdot \sqrt{9} - (15 - 2^2 \cdot \sqrt{9})$

+ COMPETENTES SA

47 Copia y completa con los resultados que obtienes al realizar las operaciones indicadas en cada fila y en cada columna.

5	+	3	×	2	
×		+		×	
4	-	6	:	3	
-		×		+	
6	×	2	-	8	

5 Operaciones con potencias

Potencias con la misma base

- Multiplicación de potencias con la misma base

$$5^3 \cdot 5^4 = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5}_{5^3} \cdot \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{5^4} = 5^{3+4} = 5^7 \quad \text{Se suman los exponentes.}$$

- División de potencias con la misma base

$$5^6 : 5^4 = \frac{\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{5^6}}{\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{5^4}} = 5^{6-4} = 5^2 \quad \text{Se restan los exponentes.}$$

Para **multiplicar o dividir potencias con la misma base**, se deja la misma base y se suman o restan los exponentes, respectivamente.

- Potencia de una potencia

$$(5^2)^4 = \underbrace{5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2 \cdot 5^2}_{5^{2+2+2+2}} = 5^{2+2+2+2} = 5^{2 \cdot 4} = 5^8 \quad \text{Se multiplican los exponentes.}$$

Para **eleva una potencia a otra potencia**, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

Potencias de exponente 1 y de exponente 0

$$2^4 : 2^3 = \begin{cases} 2^{4-3} = 2^1 \\ 16 : 8 = 2 \end{cases} \rightarrow 2^1 = 2 \qquad 2^4 : 2^4 = \begin{cases} 2^{4-4} = 2^0 \\ 16 : 16 = 1 \end{cases} \rightarrow 2^0 = 1$$

- Una **potencia de exponente 1** es igual a la base.
- Una **potencia de exponente 0** es igual a 1.

Potencias con el mismo exponente

- Multiplicación de potencias con el mismo exponente

$$3^4 \cdot 5^4 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) = \underbrace{(3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5) \cdot (3 \cdot 5)}_{(3 \cdot 5)^4} = 15^4 \quad \text{Se multiplican las bases.}$$

Para **multiplicar potencias con el mismo exponente**, se deja el mismo exponente y se multiplican las bases.

- División de potencias con el mismo exponente

$$8^3 : 4^3 = (8 \cdot 8 \cdot 8) : (4 \cdot 4 \cdot 4) = \underbrace{(8 : 4) \cdot (8 : 4) \cdot (8 : 4)}_{(8 : 4)^3} = 2^3 = 8 \quad \text{Se dividen las bases.}$$

Para **dividir potencias con el mismo exponente**, se deja el mismo exponente y se dividen las bases.

Presta atención

Si un número no tiene exponente, se considera una potencia de exponente 1.

$$2 = 2^1$$

Actividades

- 48** Escribe el resultado como una sola potencia.
- a) $3^7 \cdot 3^3$ d) $9^{12} \cdot 9^5 \cdot 9^3$
 b) $2^2 \cdot 2^5$ e) $5^3 \cdot 5^9 \cdot 5^6$
 c) $8 \cdot 8^5$ f) $4 \cdot 4^8 \cdot 4$
- 49** Copia y completa con el exponente que falta.
- a) $5^3 \cdot 5^{\square} = 5^7$ c) $7^7 \cdot 7 \cdot 7^{\square} = 7^{10}$
 b) $2^{\square} \cdot 2^6 = 2^{10}$ d) $8^{\square} \cdot 8^3 \cdot 8 = 8^{11}$
- 50** Reduce a una potencia.
- a) $3^7 : 3^3$ c) $9^{12} : 9^5 : 9^3$
 b) $4^8 : 4^2$ d) $5^{19} : 5^9 : 5^6$
- 51** Copia y completa con el exponente que falta.
- a) $5^8 : 5^{\square} = 5^6$ c) $7^7 : 7 : 7^{\square} = 7^4$
 b) $2^{\square} : 2^3 = 2^4$ d) $8^{\square} : 8^3 : 8 = 8$
- 52** Escribe el resultado como una sola potencia.
- a) $5^2 \cdot 5^3 : 5^4$ c) $7^{15} : 7^3 \cdot 7$
 b) $2^6 : 2^4 \cdot 2^3$ d) $9^{10} : 9^4 \cdot 9 \cdot 9^5$
- 53** Expresa como potencia única.
- a) $(3^7)^2$ c) $(2^9)^5$
 b) $(5^5)^3$ d) $(4^8)^2$
- 54** Copia y completa con el exponente que falta.
- a) $(3^{\square})^3 = 3^{12}$
 b) $(5^4)^{\square} = 5^{24}$
 c) $(2^{\square})^5 = 2^{30}$
 d) $(4^6)^{\square} = 4^{18}$
- 55** Reduce a una sola potencia.
- a) $5^6 \cdot (5^3)^3 : 5$ c) $2^5 : 2^3 \cdot (2^5)^3$
 b) $(9^6)^2 : 9 \cdot 9^2$ d) $3 \cdot (3^7)^2 : 3^4$
- 56** Expresa el resultado como una sola potencia.
- a) $5^2 \cdot 3^2$ c) $3^3 \cdot 4^3 \cdot 7^3$
 b) $4^6 \cdot 7^6$ d) $2^5 \cdot 5^5 \cdot 4^5$
- 57** Reduce a una sola potencia.
- a) $10^9 : 5^9 : 2^9$ c) $32^5 : 8^5 : 2^5$
 b) $36^8 : 2^8 : 3^8$ d) $9^{12} : 7^2 : 13^2$
- 58** Expresa como potencia única.
- a) $15^2 \cdot 3^2 : 5^2$ c) $24^4 : 6^4 \cdot 3^4$
 b) $18^5 : 3^5 \cdot 6^5$ d) $6^7 \cdot 3^7 : 2^7$

Ejercicio resuelto

- 59** Escribe $4^4 \cdot (4^3 : 4)^5 : 4^6$ como una sola potencia.

Solución

$$\begin{aligned}
 & 4^4 \cdot (4^3 : 4)^5 : 4^6 \stackrel{\text{Paréntesis}}{=} 4^4 \cdot (4^{3-1})^5 : 4^6 = \\
 & = 4^4 \cdot (4^2)^5 : 4^6 \stackrel{\text{Potencia de una potencia}}{=} 4^4 \cdot 4^{2 \cdot 5} : 4^6 = \\
 & = 4^4 \cdot 4^{10} : 4^6 \stackrel{\text{De izquierda a derecha}}{=} 4^{4+10-6} = 4^8
 \end{aligned}$$

- 60** Escribe como potencia única.

a) $7^6 \cdot (7^3 : 7^2)^3$ c) $(4^7 : 4^3)^3 \cdot (4^2)^5$
 b) $(9^6 : 9)^3 \cdot 9^2$ d) $(5^2)^3 \cdot (5^7 : 5^6)^8$

Ejercicio resuelto

- 61** Reduce a una potencia: $3^7 \cdot 2^7 : 6^2$

Solución

$$3^7 \cdot 2^7 : 6^2 = (3 \cdot 2)^7 : 6^2 = 6^7 : 6^2 = 6^{7-2} = 6^5$$

↑
↑
 Mismo exponente Misma base

- 62** Expresa el resultado como una sola potencia.

a) $10^3 : 5^3 \cdot 2^2$ c) $12^8 : 6^8 : 2^6$
 b) $12^3 : 2^3 \cdot 6^3$ d) $4^5 \cdot 2^5 \cdot 8^7$

- 63** Escribe como potencia única.

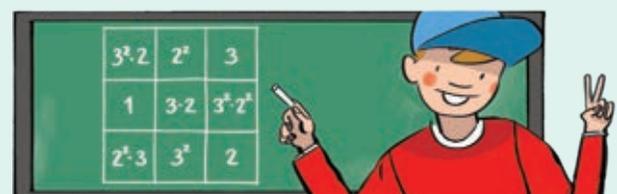
a) $5^3 \cdot 2^3 : 10$ b) $2^8 : 2^3 \cdot 6^5$ c) $8^7 : 8^3 : 2^4$

- 64** Escribe el resultado como una sola potencia.

a) $16^2 \cdot (2^3)^4 : 4^3$ b) $8^{13} \cdot 3^7 : 9^2$

+ COMPETENTES SA

- 65** Comprueba si al multiplicar los números de cada fila o columna, el producto es el mismo. Si es así, ¿cuál es ese producto?



Contando las noticias

Texto 1

¿Cuánto nos gastaremos los españoles en las rebajas?

Las rebajas cada vez presentan más adeptos en todo el país, aunque hay comunidades que destacan por su número de consumidores. El País Vasco, tiene una media de gasto de 137 euros, siendo los que más dinero gastan en este periodo. Por detrás, aunque lejos de los vascos, se encuentran los madrileños, con 110 euros; seguidos por los gallegos, con

106 euros. Por el contrario, comunidades como Castilla y León, Canarias o La Rioja presentan una inversión bastante inferior a los líderes en gasto en este periodo de rebajas, con una media de 84 euros, señalan en el mismo estudio.

FUENTE: Almodena CARRANZA expansion.com, 6 de enero de 2018

Texto 2

Controlado el incendio en la Sierra de Gádor de Almería

El incendio que afecta desde la madrugada del sábado a cinco municipios almerienses de la Sierra de Gádor [...]

El Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación ha enviado para el siniestro de Terque tres aviones anfios Canadair de 5.500 litros de descarga de las bases de Málaga y Talavera la Real en Badajoz; tres helicópteros

Kamov de 4 500 litros de descarga de Caravaca en Murcia, La Almoraima en Cádiz y Huelma en Jaén y también se ha desplazado un avión de comunicaciones y observación de la base de Mutxamel en Alicante, que envía imágenes aéreas en tiempo real sobre la evolución del incendio.

FUENTE: sevilla.abc.es, 15 de julio de 2019

Texto 3

Formentera vive su primer verano de limitación a la entrada de vehículos de turistas

En julio y agosto sólo podrán circular cada día por la isla pitiusa un máximo de 2 280 coches de visitantes foráneos.

El pasado 1 de julio entró en vigor en Formentera la regulación de la entrada de vehículos a motor en la isla, una iniciativa pionera en toda España que se mantendrá hasta el próximo 31 de agosto. Dicha regulación supondrá que en julio y agosto de este año podrán circular cada día por la isla pitiusa un máximo de 2 280 coches de visitantes o turistas procedentes del exterior. En el caso de las motos, el tope será de 230 motos al día en total.

FUENTE: Josep María AGUILÓ abc.es, 14 de julio de 2019



Analiza los textos

66  Lee el texto 1 y responde.

- ¿Cuánto gastarán en las rebajas 2 450 vascos?
- ¿Quién gasta más en rebajas: un canario, un riojano y un gallego o dos gallegos?

67  Lee el texto 2 y responde.

- Si se utilizan todos los medios aéreos a la vez, ¿cuántos litros de agua pueden arrojar?
- ¿Cuántos litros de agua más pueden transportar los tres aviones respecto a los tres helicópteros?

68  Lee el texto 3 y responde.

- Si cada coche está ocupado por tres turistas, ¿cuántos podrán ir en coche por Formentera?
- Fíjate en la tabla y calcula el número de turistas.

N.º de coches	N.º de turistas
94	1
845	2
602	3

¿Cuántos turistas había en esos coches?

Descomponer para sumar o restar números naturales

- Al sumar números naturales podemos descomponer uno o varios sumandos, de forma que la operación inicial se transforma en otra equivalente más sencilla.

Por ejemplo, podemos descomponer de diferentes maneras los sumandos de estas sumas.

$$\begin{array}{c}
 35 + 17 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \boxed{30 + 5} + \boxed{10 + 7} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 40 + 12 \\
 52
 \end{array}$$

Utilizando la decena completa de cada sumando.

$$\begin{array}{c}
 48 + 25 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 48 + \boxed{20 + 5} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 68 + 5 \\
 73
 \end{array}$$

Utilizando la decena completa del segundo sumando.

$$\begin{array}{c}
 27 + 15 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 27 + \boxed{3 + 12} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 30 + 12 \\
 42
 \end{array}$$

Completando la decena más cercana de uno de los sumandos.

- Para la resta podemos proceder de manera similar descomponiendo uno o varios términos.

$$\begin{array}{c}
 46 - 34 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \boxed{40 + 6} - \boxed{30 - 4} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 10 + 12 \\
 12
 \end{array}$$

Utilizando la decena completa del minuendo y el sustraendo.

$$\begin{array}{c}
 54 - 17 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 54 - \boxed{10 - 7} \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 44 - 7 \\
 37
 \end{array}$$

Utilizando la decena completa del sustraendo.

$$\begin{array}{c}
 87 - 15 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \boxed{90} - \boxed{12} - 3 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 78 - 3 \\
 75
 \end{array}$$

Completando la decena más cercana de uno de los términos.

- 69** Utiliza alguna de las técnicas de cálculo mental descritas anteriormente para realizar estas sumas de números naturales.

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) $26 + 32$ | d) $59 + 81$ | g) $78 + 45$ | j) $28 + 69$ |
| b) $43 + 12$ | e) $91 + 12$ | h) $49 + 32$ | k) $58 + 14$ |
| c) $56 + 38$ | f) $42 + 54$ | i) $23 + 74$ | l) $73 + 22$ |

- 70** Aplica alguna de las técnicas de cálculo mental anteriores para realizar estas restas.

- | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| a) $89 - 12$ | d) $78 - 43$ | g) $45 - 32$ | j) $49 - 17$ |
| b) $52 - 17$ | e) $87 - 16$ | h) $48 - 32$ | k) $41 - 35$ |
| c) $93 - 64$ | f) $45 - 38$ | i) $29 - 17$ | l) $72 - 18$ |

- 71** Aplica alguna de las técnicas de cálculo mental para resolver las siguientes sumas y restas con números con tres cifras.

- | | | | |
|---------------|---------------|----------------|----------------|
| a) $189 - 72$ | d) $256 + 32$ | g) $178 + 382$ | j) $253 + 342$ |
| b) $256 + 48$ | e) $125 - 64$ | h) $245 - 131$ | k) $451 - 232$ |
| c) $345 + 82$ | f) $34 + 311$ | i) $345 - 223$ | l) $202 - 184$ |

- 72** Calcula mentalmente el resultado de estas operaciones.

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| a) $72 + 45 - 34$ | d) $90 - 34 - 12$ | g) $58 + 43 + 12$ | j) $78 - 12 - 34$ |
| b) $98 - 12 - 42$ | e) $48 + 31 - 27$ | h) $38 - 12 + 31$ | k) $45 + 12 + 31$ |
| c) $41 - 33 + 18$ | f) $52 - 19 + 11$ | i) $19 - 15 + 72$ | l) $24 + 38 - 12$ |

Actividades de síntesis

Operaciones con números naturales

73 Realiza las siguientes operaciones.

- a) $409 + 36 + 1098$
- b) $1891 + 19 + 746 + 183$
- c) $50982 + 189 + 7392 + 28$
- d) $328 + 12397 + 932 + 189$

74 Resuelve estas restas.

- a) $439 - 294$
- b) $756 - 99$
- c) $8950 - 4378$
- d) $50607 - 9693$

75 Calcula.

- a) $54891 - 346 + 209$
- b) $3461 + 859 - 1056$
- c) $12560 - 3591 - 942$
- d) $349 - 251 + 1269 - 79$

76 Halla el valor de las letras en las siguientes operaciones.

$$\begin{array}{r} 9 \quad 6 \quad 6 \\ \text{A} \quad \text{A} \quad \text{B} \\ + 8 \quad \text{B} \quad 1 \\ \hline 2 \quad \text{B} \quad 9 \quad 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 \quad \text{D} \quad 5 \quad 1 \\ 5 \quad 7 \quad 2 \quad 1 \\ + \quad \text{D} \quad 0 \quad \text{E} \\ \hline 1 \quad 0 \quad \text{D} \quad 7 \quad 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad \text{C} \quad \text{C} \quad 0 \\ - 1 \quad 3 \quad \text{C} \quad \text{C} \\ \hline 1 \quad 3 \quad 9 \quad \text{C} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \quad \text{F} \quad 0 \quad \text{F} \\ - 4 \quad 3 \quad \text{F} \quad 2 \\ \hline 4 \quad 4 \quad 2 \quad 6 \end{array}$$

77 Copia y completa en tu cuaderno con + o - para que las siguientes operaciones sean correctas.

- a) $4035 \quad 235 \quad 721 = 3549$
- b) $7264 \quad 1435 \quad 896 = 4933$
- c) $157 \quad 95 \quad 324 \quad 109 = 277$
- d) $4509 \quad 105 \quad 1325 \quad 409 = 2670$

78 Realiza estas multiplicaciones.

- a) $25 \cdot 103$
- b) $1971 \cdot 93$
- c) $305 \cdot 2009$
- d) $909 \cdot 206$

79 Multiplica.

- a) $27 \cdot 100$
- b) $382 \cdot 10000$
- c) $6709 \cdot 10$
- d) $5421 \cdot 1000$

80 Halla el cociente y el resto de las siguientes divisiones.

- a) $42735 : 21$
- b) $18058 : 49$
- c) $10409 : 209$
- d) $84854 : 406$

81 Divide.

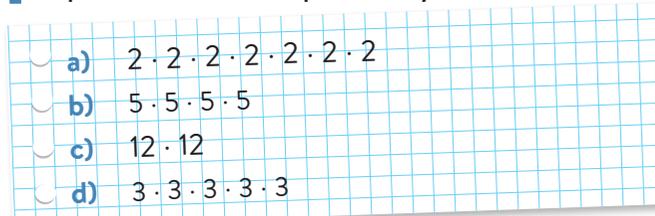
- a) $7300 : 10$
- b) $21000 : 100$
- c) $84000 : 1000$
- d) $51000 : 10$

82 Sin realizar las divisiones, indica si estas son exactas. En caso contrario, calcula el resto.

- a) $D = 459, d = 18, c = 25$
- b) $D = 1327, d = 26, c = 51$
- c) $D = 1426, d = 31, c = 46$
- d) $D = 8096, d = 59, c = 137$

Potencias de números naturales

83 Expresa en forma de potencia y calcula su valor.



84 Une en tu cuaderno cada potencia con la multiplicación correspondiente y con su valor.

Potencia	Multiplicación	Resultado
2^7	$4 \cdot 4 \cdot 4$	81
3^4	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	225
5^3	$15 \cdot 15$	64
4^3	$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	128
15^2	$4 \cdot 4 \cdot 4$	125

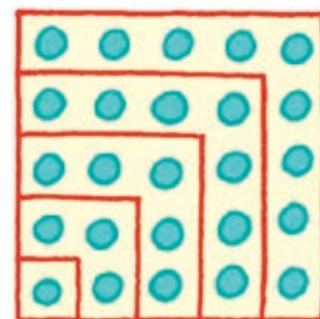
85 Copia y completa en tu cuaderno con el exponente que falta en cada caso.

- a) $32000000 = 32 \cdot 10^{\quad}$
- b) $456000 = 456 \cdot 10^{\quad}$
- c) $700000000000 = 7 \cdot 10^{\quad}$
- d) $28000000 = 28 \cdot 10^{\quad}$

Raíces cuadradas

86 Observa la figura y responde.

- a) ¿Cuántos cuadrados ves en la imagen?
- b) ¿Cuántos puntos hay en cada cuadrado?
- c) ¿Qué relación hay entre la cantidad de puntos que hay en un lado del cuadrado y en su interior?



- d) Calcula cuántos puntos hay de diferencia entre un cuadrado y el siguiente. ¿Qué observas? Calcula cuántos puntos tendrá el siguiente cuadrado.

87 Copia y completa en tu cuaderno.

- a) $17^2 = 289$, entonces $\sqrt{289} = \blacksquare$
 b) $21^2 = \blacksquare$, entonces $\sqrt{441} = 21$
 c) $\blacksquare^2 = 2\ 809$, entonces $\sqrt{2\ 809} = 53$
 d) $71^2 = 5\ 041$, entonces $\sqrt{\blacksquare} = 71$

88 Calcula las siguientes raíces cuadradas exactas.

- a) $\sqrt{9+16}$ b) $\sqrt{144+25}$ c) $\sqrt{169-144}$

89 Halla la raíz entera y el resto de estos números.

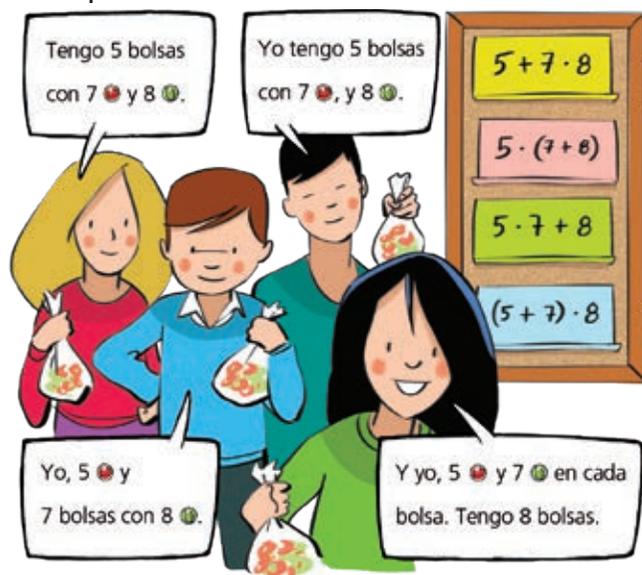
- a) 426 c) 789 e) 569
 b) 850 d) 647 f) 927

Operaciones combinadas

90 Copia y relaciona cada operación con su resultado.

Operaciones	Resultados
$18 + 6 \cdot 2$	1
$18 : 6 - 2$	15
$18 - 6 \cdot 2$	21
$18 - 6 : 2$	30
$18 + 6 : 2$	5
$18 : 6 + 2$	6

91 ¿Cuántas canicas tiene cada niño en total? Copia y relaciona cada frase con la operación correspondiente.



92 Resuelve estas operaciones sin paréntesis.

- a) $3 + 15 - 2 \cdot 2 + 18 : 2 - 1$
 b) $21 - 18 : 2 + 4 + 2 \cdot 3 + 1$
 c) $19 - 3 \cdot 2 + 7 \cdot 3 - 2 + 5$
 d) $26 - 4 \cdot 3 + 4 \cdot 3 : 6 + 1$

93 Halla el valor de estas operaciones con paréntesis.

- a) $3 + (15 - 2) \cdot 2 + 18 : (2 - 1)$
 b) $21 - 18 : (2 + 4) + 2 \cdot (3 + 1)$
 c) $(19 - 3) \cdot 2 + 7 \cdot (3 - 2) + 5$

94 Calcula.

- a) $2^2 + \sqrt{25} \cdot 3 - 12 : 4$
 b) $\sqrt{144} : 3 - 2 + 6^2 : 4$
 c) $7 - \sqrt{16} + 3 \cdot 4 - \sqrt{49}$
 d) $3^2 - \sqrt{9} \cdot 2 + 9 : 3$

95 Efectúa los siguientes cálculos.

- a) $31 - (21 - 3) : \sqrt{9} + 5$
 b) $8 + (12 - 7)^2 \cdot 4 - 125 : 5$
 c) $4 + 3^2 \cdot (10 - \sqrt{64}) - 8$
 d) $\sqrt{25} + 14 : (18 - 16) + 5$

96 Averigua el resultado de estas operaciones.

- a) $12 - (18 - 6 \cdot 2) + (5 - 3)^4$
 b) $35 - 12 + (4^2 - 5 \cdot 2) + \sqrt{36}$
 c) $\sqrt{169} + (15 - 3 \cdot 5 + 6) \cdot 2 - 1$
 d) $3 + (4 \cdot (7 - 5) - 3) + 2^3 : (6 - 4)$

Operaciones con potencias

97 Expresa el resultado como una sola potencia.

- a) $7^2 \cdot 7^5$ d) $2^7 \cdot 3^7$
 b) $5^9 : 5^3$ e) $18^5 : 6^5$
 c) $(6^2)^6$ f) $(8^3)^5$

98 Reduce a una sola potencia.

- a) $4^2 \cdot 3^2$ d) $6^3 \cdot 4^3 : 2^3$
 b) $12^5 : 3^5$ e) $20^5 : 4^5 \cdot 3^5$
 c) $(5^4)^3 \cdot 5 : 5^3$ f) $(3^4)^6 : (3^2)^5$

99 Escribe el resultado como una sola potencia.

- a) $2^5 \cdot (2^6 : 2^4)^5$ c) $8^2 \cdot ((8^3)^5 : 8^5)^2$
 b) $(3^2)^3 \cdot (3^6 : 3^3)^2$ d) $6^7 : (6^6 : 6^5)^2$

100 Expresa el resultado como una sola potencia.

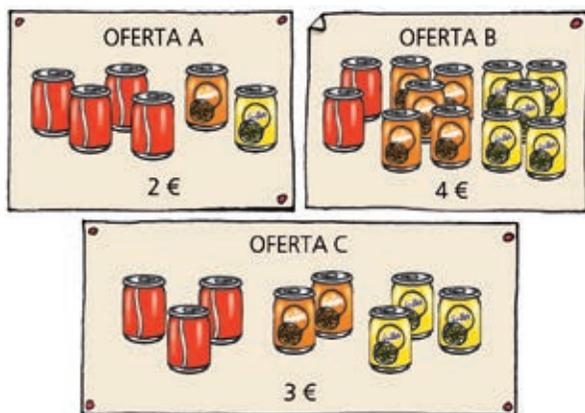
- a) $(12^3 : 6^3)^2 \cdot (20^7 : 10^7)^3$
 b) $(18^5 : 9^5 \cdot 3^5)^2 \cdot (6^2)^4$
 c) $(24^2 : 4^2)^3 \cdot (9^3)^2$

Problemas con números naturales

- 101 Un camión transporta 1400 litros de gasoil para calefacción. Su conductor tiene previsto repostar cinco calderas de 252 L, 192 L, 325 L, 300 L y 89 L, respectivamente. ¿Con cuántos litros termina?
- 102 Un centro de Educación Secundaria tiene la siguiente distribución de grupos y alumnos.

	A	B	C	D	E
1.º	32	33	31	30	32
2.º	29	28	31	31	—
3.º	26	29	27	27	—
4.º	31	30	33	—	—

- a) ¿Cuántos alumnos hay en el centro en total?
- b) ¿Cuántos alumnos hay en primero más que en segundo?
- c) ¿Cuántos alumnos hay en cuarto menos que en tercero?
- d) ¿Cuál es el grupo con más alumnos?
- e) ¿Y el grupo con menos alumnos?
- 103 En un aeropuerto aterriza un avión cada 10 minutos. ¿Cuántos aviones tomarán tierra en el aeropuerto a lo largo de todo el día?
- 104 Calcula cuántos años son 7665 días. Considera que un año tiene 365 días.
- 105 En un supermercado tienen estas ofertas.



Unos amigos van a celebrar una fiesta y han comprado estos lotes en el supermercado:

- 4 de la oferta A
- 7 de la oferta B
- 6 de la oferta C

Escribe operaciones combinadas para contestar las siguientes preguntas y resuélvelas.

- a) ¿Cuántos botes de cada refresco han comprado?
- b) ¿Cuántos botes han comprado en total?
- c) ¿Cuánto les ha costado todo?

- 106 A una población le donan una potabilizadora que trata 12 litros de agua por segundo. ¿Cuántas horas necesita estar en funcionamiento para potabilizar un depósito de 302 400 litros?

- 107 En una plantación de cítricos se han recogido 15 cajas de 25 kilogramos de naranjas, 18 cajas de 10 kilogramos de limones y 41 cajas de 4 kilogramos de mandarinas.

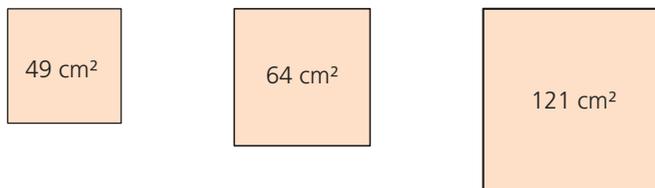
- a) Expresa con una operación combinada la producción de cítricos.
- b) ¿Pueden transportar la producción en una furgoneta con una carga máxima de 810 kilogramos?

- 108 María tiene 12 años, su madre tiene el triple que ella más un año, y su abuelo, el doble que su madre. Escribe una operación combinada para calcular la edad de la madre de María y otra para calcular la edad de su abuelo.

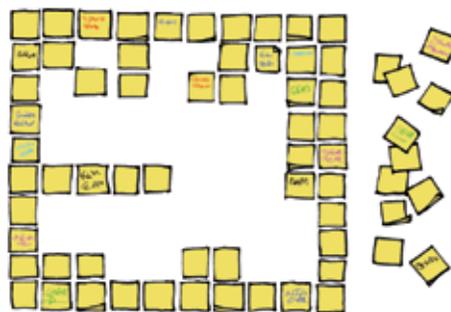
- 109 En un cine hay 11 salas. Cada sala tiene 11 filas y en cada fila hay 11 butacas. ¿Cuál es el aforo del cine? Expresa el resultado en forma de potencia y calcula su valor.

- 110 En una empresa se embalan canicas en paquetes de 25 unidades. Estos se vuelven a embalar en cajas más grandes que contienen 25 paquetes. Hay que preparar un pedido de 5 cajas grandes de canicas verdes y 7 de canicas amarillas. ¿Cuántas canicas tiene el pedido?

- 111 Sabiendo que el área de un cuadrado se calcula elevando al cuadrado su lado, halla el lado de los siguientes cuadrados.



- 112 Ester quiere hacer un collage con pósitos cuadrados.



- a) Si tiene 120 pósitos, ¿cuántos tendrá el mayor cuadrado que puede formar?
- b) ¿Le sobrará algún pósito? ¿Cuántos?

Raíz cuadrada entera

Observa cómo se calcula la raíz cuadrada de 763.

$$\sqrt{763}$$

Se agrupan las cifras de dos en dos, empezando por la derecha.

$$\sqrt{763} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \cdot 2 = 4 \end{array}$$

Se calcula la raíz entera del primer grupo.

$$\sqrt{\begin{array}{r} 763 \\ -4 \\ \hline 363 \end{array}} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \cdot 2 = 4 \end{array}$$

Se resta el resultado y se baja el siguiente grupo.

$$\sqrt{\begin{array}{r} 763 \\ -4 \\ \hline 363 \\ \hline 4 \end{array}} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \cdot 2 = 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

Se baja el doble de la raíz.

$$\sqrt{\begin{array}{r} 763 \\ -4 \\ \hline 363 \\ \hline 4 \end{array}} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \cdot 2 = 4 \\ \hline 4 \end{array} \cdot \begin{array}{r} \\ \\ \hline \end{array} =$$

Se busca un número de forma que el resultado de $4 \cdot \cdot $ sea lo más cercano a 363.
 $47 \cdot 7 = 329$, $48 \cdot 8 = 384$

$$\sqrt{\begin{array}{r} 763 \\ -4 \\ \hline 363 \\ -329 \\ \hline 034 \end{array}} \quad \begin{array}{r} 27 \\ \hline 2 \cdot 2 = 4 \\ \hline 47 \cdot 7 = 329 \end{array}$$

Se hace la resta y se sube el 7 a la raíz.

$$\sqrt{\begin{array}{r} 763 \\ -4 \\ \hline 363 \\ -329 \\ \hline 034 \end{array}} \quad \begin{array}{r} 27 \\ \hline 2 \cdot 2 = 4 \\ \hline 47 \cdot 7 = 329 \end{array}$$

La raíz cuadrada entera de 763 es **27** y el resto es **34**.

Para comprobar que la raíz cuadrada está bien calculada se utiliza la siguiente prueba:

$$\text{radicando} = (\text{raíz})^2 + \text{resto}$$

Para el ejemplo se tiene que $27^2 + 34 = 729 + 34 = 763$, luego la raíz está bien calculada.

113 Copia y completa en tu cuaderno las siguientes raíces cuadradas.

a) $\sqrt{\begin{array}{r} 649 \\ -4 \\ \hline 249 \\ \hline \end{array}} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \cdot 2 = 4 \end{array}$

c) $\sqrt{\begin{array}{r} 834 \\ -4 \\ \hline 434 \\ \hline \end{array}} \quad \begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \cdot 2 = 4 \end{array}$

b) $\sqrt{\begin{array}{r} 6831 \\ -64 \\ \hline 0431 \\ \hline \end{array}} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 8 \cdot 8 = 64 \end{array}$

d) $\sqrt{\begin{array}{r} 3267 \\ -25 \\ \hline 0767 \\ \hline \end{array}} \quad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 5 \cdot 5 = 25 \end{array}$

114 Calcula la raíz cuadrada entera de:

- | | | |
|--------|----------|-----------|
| a) 367 | d) 979 | g) 5 683 |
| b) 478 | e) 1 579 | h) 9 503 |
| c) 500 | f) 2 461 | i) 10 000 |

115 Calcula las siguientes raíces enteras indicando el resto.

- a) $\sqrt{12943}$ b) $\sqrt{239121}$ c) $\sqrt{260586}$

116 En las siguientes raíces falta el resto. Calcula su resto utilizando la comprobación de la raíz.

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) $\sqrt{983} = 31$ | c) $\sqrt{2086} = 45$ |
| b) $\sqrt{495} = 22$ | d) $\sqrt{5904} = 76$ |

117 Calcula el radicando a partir de la raíz y el resto.

- | | |
|-------------|-----------|
| a) Raíz: 24 | Resto: 12 |
| b) Raíz: 19 | Resto: 7 |
| c) Raíz: 31 | Resto: 22 |

Ten en cuenta...

- La **raíz cuadrada exacta** de un número es otro cuyo cuadrado es igual al número dado.
- La **raíz cuadrada entera** de un número es el mayor número entero cuyo cuadrado es menor que el número dado.
- **Jerarquía de las operaciones**
 1. **Paréntesis**
Si hay varios, se resuelven de dentro hacia fuera.
 2. **Potencias y raíces**
 3. **Multiplicaciones y divisiones** Si hay varias, se efectúan de izquierda a derecha.
 4. **Sumas y restas**
Si hay varias, se realizan de izquierda a derecha.
- Para **multiplicar potencias con la misma base**, se deja la misma base y se suman los exponentes.
- Para **dividir potencias con la misma base**, se deja la misma base y se restan los exponentes.
- Para **elevar una potencia a otra potencia**, se deja la misma base y se multiplican los exponentes.

Raíces cuadradas

Calcula la raíz cuadrada entera de 135.

Calculamos el cuadrado de números naturales cuyo resultado esté cerca del radicando.

$$10^2 = 100 \\ 100 < 135$$

$$11^2 = 121 \\ 121 < 135$$

$$12^2 = 144 \\ 144 > 135$$

$$\sqrt{135} \approx 11$$

Calculamos el resto:

$$11^2 = 121 \rightarrow 135 - 121 = 14$$

La raíz entera de 135 es 11, y su resto, 14.

Operaciones combinadas

Realiza la siguiente operación combinada.

$$12 + (15 - 9) \cdot 2^2 - 56 : \sqrt{64}$$

$$\begin{aligned} 12 + (15 - 9) \cdot 2^2 - 56 : \sqrt{64} &= \\ \text{Paréntesis} \downarrow & \\ = 12 + 6 \cdot 2^2 - 56 : \sqrt{64} &= \\ \text{Potencias y raíces} \downarrow & \\ = 12 + 6 \cdot 4 - 56 : 8 &= \\ \text{Multiplicaciones y divisiones} \downarrow & \\ = 12 + 24 - 7 &= \\ \text{Sumas y restas} \downarrow & \\ = 29 & \end{aligned}$$

Potencias con la misma base

Realiza esta operación y expresa el resultado como una sola potencia.

$$\begin{aligned} 5^3 \cdot (5^2 : 5)^3 : 5^4 &= \\ 5^3 \cdot (5^2 : 5)^3 : 5^4 &= \\ 5^5 - 1 = 5^4 \downarrow & \\ = 5^3 \cdot (5^4)^3 : 5^4 &= \\ 5^4 \cdot 3 = 5^{12} \downarrow & \\ = 5^3 \cdot 5^{12} : 5^4 &= \\ 5^3 + 12 = 5^{15} \downarrow & \\ = 5^{15} : 5^4 &= \\ 5^{15 - 4} \downarrow & \\ = 5^{11} & \end{aligned}$$

Desarrollo de competencias

Jugar con números Cuadrados mágicos

En el arte encontramos numerosos ejemplos de cuadrados mágicos como en la Sagrada Familia de Barcelona que hemos visto en la entrada de la unidad.

Pero no es el único, uno de los más conocidos es el creado por Alberto Durero en 1514 en su grabado *Melancolía I* mencionado en el texto de la entrada por mostrar también cuerpos geométricos. Se trata de un cuadrado mágico perfecto, porque cumple la condición de que los números no se repiten.

De todos los cuadrados mágicos que se pueden construir, hay algunos que podemos considerar aún más mágicos: aquellos que están contruidos con los números naturales consecutivos empezando por el número 1.

¿Eres capaz de crear uno?

- 1 En primer lugar, reúne información sobre los cuadros mágicos y su historia. Para ello:
 - infórmate sobre el origen y la historia de los cuadrados mágicos.
 - busca información e imágenes sobre cuadrados mágicos famosos.
 - investiga diferentes métodos de construcción de cuadrados mágicos.
- 2 Fíjate en el cuadrado mágico que creó Durero en su grabado y responde a estas preguntas.
 - a) Localiza en el cuadrado mágico el año en que Durero lo realizó.
 - b) Determina el orden de este cuadrado mágico, esto es, el número de casillas de cada columna, fila o diagonal.
 - c) Halla la suma de los números de cada columna, fila o diagonal. ¿Qué observas?
 - d) El resultado que has obtenido en el apartado anterior se llama *constante mágica*. ¿Cuál es en este caso?
- 3 A partir de la información que has encontrado, redacta un informe en el que debes incluir:
 - a) el origen de los cuadrados mágicos.
 - b) sus características principales.
 - c) diferentes imágenes de cuadrados mágicos con su localización.
- 4 Diseña un póster con un cuadrado mágico teniendo en cuenta:
 - que no puedes repetir ningún número.
 - el orden del cuadrado mágico que vas a construir.
 - la constante mágica que has fijado.
 - la corrección del cuadrado mágico.
 - su estética al construirlo.



16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1